OpenAI《Mathematics Research Catalog》深度分析报告

——372 个问题的解决清单、分级评估与对数学界的冲击分析

2026 年 10 月

0. 文件信息卡

Table 1
文件信息卡

项目	内容
文件名	overview.pdf（41 页，约 317 KB）
标题	Mathematics — OpenAI Research Catalog
署名	OpenAI
日期	2026 年 10 月 6 日
副题（文件自称）	372 result families in 722 manuscripts（372 个成果族，722 篇手稿）
编制工具	LaTeX + LuaTeX-1.24.0（hyperref 交叉引用）
结构	按 17 个数学分支分组的成果目录，每条含一段摘要 + 该成果族下的手稿 PDF 链接
附带资源	文内链接指向 https://github.com/openai/math（手稿仓库）

本报告的立场：本文件是一份**成果目录（catalog）**，以“Proves…”（证明了……）的口吻宣告结果；它**不是证明本身**，也不含同行评审记录。本报告的分析分两层：① 目录**声称**解决了什么、有多少、多重要；② 这些声称若成立，对数学界意味着什么，以及在验证之前应如何评估。

1. 一句话结论

这份文件声称一次性解决了 **372 个数学问题**（含 130 个以“猜想”命名的问题、64 个以反例证伪的问题），覆盖数学 17 个主要分支，其中包括希尔伯特第十问题（$\mathbb{Q}$ 上）、BSD 公式（千禧难题之一）、Catalan 常数无理性、Kakeya 猜想、Hadwiger 猜想、Unique Games 猜想、L=RL=BPL、$\omega \le 9/4$、Kaplansky 零因子猜想、Thompson 群 F 可均性、Kadison 相似性猜想、自由群因子同构问题、Hilbert–Smith 猜想、Grothendieck 同伦假设、Vlasov–Maxwell 全局光滑性等**横跨百年悬案的成果。**如果全部属实，这是人类数学史上规模与强度都史无前例的单一事件，其冲击不亚于整个 20 世纪某个主流领域全部成果的总和；但在 722 篇手稿被逐篇独立验证之前，它首先带来的不是“问题的终结”，而是**数学界验证能力、信用体系与研究范式的三重冲击。**联网核查（见 §9）证实了这一判断：官方仓库自述仅 162/722 篇手稿有 Lean 形式化，形式化

目录的评审状态为“unchecked”（未检查），并明示“部分未形式化结果可能存在问题”。

2. 这份文件是什么

1. **成果目录，不是论文集。**每一条目（result family）由“编号 + 标题 + 一段约 80–150 词的摘要 + 若干手稿链接”构成。摘要用高度凝练的语言描述结果的**精确范围**（包括限定条件），手稿标题列出支撑该成果的全部论文。文件明确声明：“entry numbers follow the catalog order and do not indicate a ranking”（编号只表示目录顺序，不表示排名）。
2. **“成果族”概念。**一个结果往往由多篇手稿从不同角度、不同推广层级共同支撑。例如 034（Log abundance）有 18 篇手稿，0237（蜂窝行走直径指数 3/4）有 17 篇。官方口径 722/372 ≈ 平均每个成果族 1.94 篇手稿；约一半成果族只有单篇手稿支撑。
3. **口径是“解决”，且细分了形态**：

- **肯定性证明**（Proves…）：如 004、005、102、248、288；
- **构造反例 / 否定解决**（Counterexample / negative answer / disproves）：如 157、161、196、285、293；
- **算法与复杂度改进**：如 107、109、130、138；
- **条件性结果**：少数条目（约 15 条）摘要中出现 “assuming / under the stated hypotheses”等限定语，如 014（需要 Lie 理论特征假设）、266（依赖 binary64 浮点与编译器条件的“认证计算”）。

4. **五个缺号**：编号 001–377 中 045、061、070、123、163 不存在，实收 372 条。缺号原因文件未说明（可能是撤稿、合并或保留编号）。

3. 解决了多少问题——核心数字清单

3.1 总量

Table 2
解决的问题总量统计

指标	数值
声称解决的问题总数（成果族）	**372**
支撑手稿总数	722 篇
覆盖数学分支	17 个（全覆盖：数论→偏微分方程）
标题含“conjecture”（猜想）的条目	**130**
其中以人名命名的猜想	≈ 126
标题含“problem/question”（问题）的条目	21
以反例/否定方式解决的条目（counterexample、negative answer、fails、nonuniqueness 等）	**64**
摘要中明确出现 resolving / settled / disproves 等“宣称解决”措辞	144
摘要含条件性措辞（assuming / hypotheses）	15
单篇手稿支撑的成果族	≈ 202
手稿最多的成果族	034 Log abundance（18 篇）
体量最大的板块	理论计算机科学（40 条）、组合学（37 条）、代数与复几何（36 条）

3.2 问题性质分布（按解决形态）

Table 3
问题性质分布（按解决形态）

形态	数量（条）	说明
证明既有猜想成立	≈ 240	含 130 个“conjecture”标题中的大多数
构造反例 / 否定解决	≈ 64	证伪型成果，通常附显式构造
算法、复杂度与计算改进	≈ 40	可直接影响计算机科学与工程
其他（分类、构造、界、正则性等）	≈ 28+	显式定理型成果

3.3 分领域清单（17 个分支）

Figure 1
各数学分支成果分布

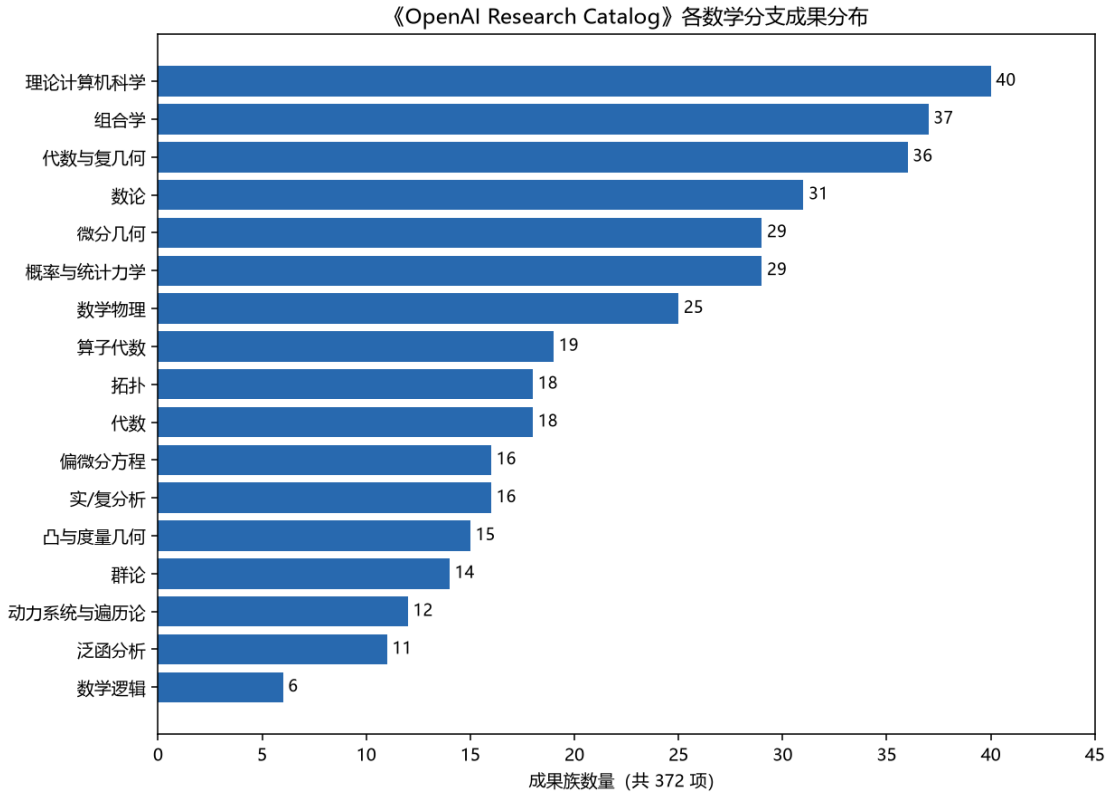


Table 4
各数学分支成果与手稿分布

分支	成果数	手稿数（链接估算）	代表成果（编号）
理论计算机科学	40	≈78	102 Unique Games、103 L=RL=BPL、107 ω≤9/4、109 整数乘法
组合学	37	≈51	157 Hadwiger 反例、158 平面非 5-可染、179 循环 Hadamard
代数与复几何	36	≈104	032 有理 Hodge（CM 情形）、034 log abundance、039 Nagata
数论	31	≈68	002 BSD、003 quasi-Riemann、004 H10/ℚ、005 Catalan
概率与统计力学	29	≈131	216 BKT 标度、227 SK 动力学相变、237 蜂窝行走
微分几何	29	≈55	338 Yau 一致化、339 Katok 熵刚性、347 Arnold 反例
数学物理	25	≈68	260 Penrose 不等式、264 强宇宙审查、265 二维面积律
算子代数	19	≈35	287 自由群因子同构、288 Kadison 相似性、285 Baum–Connes 反例
代数	18	≈29	193 Serre 交重数、196 Kaplansky 零因子反例
拓扑	18	≈24	304 Hilbert–Smith、309 Kervaire(p=3)、312 同伦假设
偏微分方程	16	≈33	362 Vlasov–Maxwell、363 Boltzmann 非唯一性、375 De Giorgi
实分析与复分析	16	≈28	074 Kakeya、078 Bochner–Riesz、086 三线性 Hilbert
凸几何与度量几何	15	≈31	087 Mahler、090 三角格普适最优、091 对数 Brunn–Minkowski
群论	14	≈22	246 Cannon、248 Thompson 群 F、253 单阿贝尔群构造
动力系统与遍历论	12	≈22	143 Hilbert 第 16 问题、144 Banach 谱问题、146 Sinai 标准映射
泛函分析	11	≈21	322 Tingley、325 Crouzeix、328 不动点问题
数学逻辑	6	≈8	240 Shelah 最终范畴性、244 划分原理不蕴涵选择

Note. 手稿数为 PDF 链接归属的估算值，全目录 742 个唯一链接目标、808 个条目内链接；官方口径为 722 篇，估算偏高约 5–10%，仅用于观察分布。

4. 重点成果分级清单

分级标准：**S 级** = 百年悬案 / 千禧难题级 / 一旦成立即改写教科书；**A 级** = 各领域的标志性里程碑猜想；**B 级** = 重要的专门问题与定量改进（见附录 A 全量清单）。

4.1 S 级（约 30 项）——如果成立，任何一项都足以载入数学史

Table 5
S 级重点成果清单

编号	成果	悬案年数 / 地位	精确范围（据摘要）
004	**Hilbert 第十问题（$\mathbb{Q}$ 上）否定解决**	1900 年问题；整数情形 1970 年解决后，有理数情形悬置约 60 年	证明不存在判定整系数多项式是否有有理零点的算法
002	**BSD 公式（Selmer corank 0、1）**	千禧难题之一	对满足条件的椭圆曲线证明完整 BSD 主项公式含 Tate–Shafarevich 群有限性；配合 006 得到密度一二次扭的完整 BSD——**重大推进，但非千禧问题全解**
003	**quasi-Riemann 假设**	黎曼猜想相关	证明所有 Dirichlet L 函数（含 ζ）在 Re s > 7/8 无零点——**注意：这不是黎曼假设本身**，是零点无关半平面的突破
005	**Catalan 常数无理性**	约 180 年悬案	G = Σ(-1)^j/(2j+1)^2 的无理性
017	**π 的无理性指数 = 2**	Mahler 问题	| π − p/q | ≥ q^(−2−ε)；并推出 Flint–Hills 级数收敛
032	**有理 Hodge 猜想（CM 阿贝尔簇、K3 积）**	千禧难题相关（部分情形）	全维数全余维数的 CM 阿贝尔簇；连带推出有限域上 Tate 猜想与 Hodge 标准猜想
019	**p-adic 截面猜想**	Grothendieck 截面猜想（1983）	亏格 ≥2 曲线上有理点与截面共轭类的双射；并对模曲线证明 $\mathbb{Q}$ 上截面猜想
074	**Kakeya 极大猜想（3 维）与 Hausdorff 维数猜想（4 维）**	调和分析核心问题	3 维 $L^3 \to L^3$ 极大算子界；4 维 Kakeya 集维数 = 4
102	**Unique Games 猜想（肯定证明）**	2002 年 Khot 提出；近似复杂度的枢纽假设	证明 UGC 并给出 Max-Cut、Vertex Cover 等最优近似阈值
103	**L = RL = BPL**	去随机化核心问题	对数空间随机性可完全消除，附有效编译器
107	**矩阵乘法指数 ω ≤ 9/4**	复杂度标志性数值	从 2.371… 推进到 2.25（复数域）
109	**整数乘法突破 n log n**	推翻 Schönhage–Strassen 最优性猜想	O(n (log n)^(1−κ))，κ = 2^−182
157	**Hadwiger 猜想反例（含分数版）**	1943 年猜想；图着色与图子式理论支柱	任意大的独立数 ≤2 图违反 χ_f > h(G)
158	**平面不能 5-染色**	Hadwiger–Nelson 问题（1950s）	平面色数 ∈ {6, 7}，解决该问题一半的悬案
161	**Sidorenko 猜想反例**	1989 年猜想；极值图论重要模式	35 顶点 66 边连通二部图反例，同时否定 forcing 猜想
179	**循环 Hadamard 猜想**	悬置约 60 年	仅 1、4 阶存在
193	**Serre 交重数猜想（正性）**	1958 年猜想；相交上同调基石	正则局部环上 χ_R(M,N) > 0，含分歧混合特征
196	**Kaplansky 零因子猜想反例**	1940s 猜想；群代数理论基石	构造有限表现无挠群使 $\mathbb{F}_2[G]$ 有零因子

Table 5 (continued)
S 级重点成果清单

编号	成果	悬案年数 / 地位	精确范围（据摘要）
248	**Thompson 群 F 不可均（nonamenable)**	约 40 年悬案；几何群论最著名问题之一	直接结论
265	**二维有能隙面积律**	量子多体核心问题（一维 2007 年后悬置）	任意有限诱导区域、仅用谱隙与局域相互作用界
266	**维数 6 恰有 3 个互不偏倚基（Zauner)**	量子信息著名问题	N(6)=3；**排除部分是依赖 binary64 浮点条件的认证计算**
285	**Baum–Connes 与 Kadison–Kaplansky 反例**	1980s/1950s 猜想；算子 K 理论支柱	有限生成无挠群见证装配映射单性失败；群 C*-代数出现非平凡投影
287	**所有非阿贝尔自由群因子同构**	约 35 年悬案；von Neumann 代数核心	$L(\mathbb{F}_2) \cong L(\mathbb{F}_3)$，基本群为 $\mathbb{R}\square$
288	**Kadison 相似性猜想**	1955 年猜想	有界同态经相似变换成为 *-同态
293	**超不变子空间问题反例**	约 60 年悬案	范数拟幂零算子无非平凡超不变闭子空间
304	**Hilbert–Smith 猜想（所有有限维)**	约 80 年悬案	连通有限维流形上忠实作用的局部紧群必为 Lie 群
309	**Kervaire 不变量问题（p=3)**	1960s 问题；Hill–Hopkins–Ravenel 仅完成 p≥128	仅指数 0、2、3 存活
312	**Grothendieck 同伦假设**	1983 年设想；高阶范畴论基石	∞-群胚恢复空间同伦理论
338	**Yau 一致化猜想**	1980s 猜想	双截面曲率严格正的完备非紧 Kähler 流形 $\cong \mathbb{C}^n$
362	**相对论 Vlasov–Maxwell 大数据全局光滑性**	数学物理长期核心问题	3 维单种群大初值全局存在唯一且保持光滑
363	**Boltzmann 方程熵解非唯一性**	动摇动理学基本信念	同一初值两个不同的全局熵解，满足精确局部守恒
376	**Navier–Stokes 强迫流的万有计算**	与 NS 适定性哲学直接相关	光滑外力下流体可模拟图灵机（停机 ⇔ 粒子到达）

4.2 A 级（领域里程碑，选取约 60 项）

- **数论/算术几何**：001 Milne 有理性猜想、006 Goldfeld 猜想、007 两点 Chowla、008 Deligne–Drinfeld、010 Fontaine–Mazur（素数 2）、011 Ford–Konyagin–Luca、013 Ostmann 逆 Goldbach、014 受限几何 Langlands、016 Zilber–Pink、022 弱非齐次 Duffin–Schaeffer、029 Artin 本原根猜想、030 虚二次域模性
- **代数与复几何**：033 Campana orbifold Iitaka、034 log abundance、038 Fujita 自由性、039 Nagata 猜想、040 Bloch 猜想、043 P=W 猜想、050 Griffiths 正性反例、056 四重极小模型终止、060 全局球壳猜想、062 LeBrun–Salamon、064 μ 常数问题
- **分析**：071 Koebe 圆域猜想、073 Falconer 距离猜想、076 超平坦 Littlewood

多项式、078 Bochner–Riesz（3 维）、079 局部光滑化（3 维）、082 三角 Hilbert 变换、086 三线性 Hilbert 变换 L^3

- **凸/度量几何**：087 Mahler 猜想、090 三角格普适最优、091 对数 Brunn–Minkowski、092 凸体覆盖密度、101 各向同性常数单纯形猜想
- **理论计算机科学**：104 博弈拟多项式算法、105 2-to-1 Games、108 永久-行列式下界、113 完美匹配熵猜想、119 Courtade–Kumar、121 编辑距离近线性、132 敏感度猜想反例、133 WL 细化复杂度、136 PCP-for-PPAD、138 Subset Sum O(2^0.49n)、142 素域确定性因式分解
- **动力系统**：143 Hilbert 第 16 问题（一致界）、144 Banach 简单 Lebesgue 谱、145 Rokhlin 多重混合、146 Sinai 标准映射正熵、153 Bernoulli 卷积算术分类、154 逐点多重遍历平均
- **组合学**：155 周期铺砌反例（3 维）、156 Borsuk 猜想 9 维反例、159 Erdős 倒数和猜想、160 van der Waerden 数超指数、164 Hindman 有限和积、165 完全图交叉数、166 高维 Erdős 距离、170 Ramsey 对数指数、171 超立方体 Ramsey、173 Seymour 第二邻域、175 Talagrand 期望阈值、176 第二 Kahn–Kalai、178 确定性非二部 Ramanujan 图、180 Barnette、181 Erdős–Gallai 圈分解、185 无限拟阵交反例
- **代数**：194 Lech 重数猜想、200 Eisenbud–Green–Harris、201 Kurosh 除环问题、202 Alperin 权猜想、203 Donovan 猜想、205 Saxl 猜想、206 有限格表示不可判定、207 Bass 迹猜想、209 Gersten 整数反例、210 Foulkes 猜想
- **概率/统计物理**：211 随机平面图谱、215 平面 O(n) 模型、216 XY 模型 BKT、218 共形普适性（Ising）、223 随机簇界面共形极限、227 SK 动力学相变、235 随机 SAT 阈值、237 蜂窝行走 3/4 指数、238 Thorp 洗牌混合、239 对称符号矩阵奇异率
- **数学物理**：260 时空 Penrose 不等式、262 Lieb–Thirring 最优常数、263 电离猜想、264 强宇宙审查（Kerr）、268 自旋 1 Haldane 能隙、269 Laughlin 能隙、271 Bloch 定律、279 固定门集精确量子因式分解、282 四维 QFT 尺度-共形提升
- **算子代数**：286 格 von Neumann 代数算术刚性、290 Connes 双中心化子、291 Toms–Winter、295 Kadison–Ringrose 上同调、296 有限因子生成元问题、297 Naimark 问题 ZFC 反例、300 Popa–Vaes 铺砌猜想
- **拓扑**：035（Smith–Toda 谱）、305 圆盘嵌入与 Wall 反例、306 结的纯整容手术猜想、310 Quillen 猜想、311 Chai 猜想、313 K(n)-局部球面有限生成、315 四维 Singer 猜想、316 Curtis 猜想、318 色层分裂反例
- **泛函分析**：322 Tingley 问题、325 Crouzeix 猜想、327 Markov 型刻画超自反、328 自反空间非扩张不动点、329 Pietsch 熵对偶反例
- **微分几何**：335 Gromov 积分标量曲率、337 Cartan–Hadamard 等周、339 Katok 熵刚性、340 附近 Lagrange 反例、341/342 Donaldson 两猜想、344 度量 Blaschke、345 闭测地线无穷性、346 奇异集最优界、347 Arnold 不动点反

例、350 Yau 节点猜想、353 仿射 Bernstein 阈值、360 Villani 凸性猜想、361 Yau 调和维数反例

- **偏微分方程**：364 动理学极限、365 边界一斑联合反演、366 Mumford–Shah 平面正则性、367 单相 Bernoulli 临界维数 7、368 Ball–Evans 逼近、369 hot spots 猜想、370 Lane–Emden 亚临界、375 De Giorgi 8 维端点、377 ∞-调和 C^{1,α} 正则性

5. 五处必须澄清的“容易误读之处”

分析这类目录时，最容易发生的错误是按标题望文生义。以下五处必须精确理解：

1. **003 “quasi-Riemann hypothesis” ≠ 黎曼假设。**它证明的是 Re s > 7/8 的零点无关半平面（外加 11/12 的另一证明），属于零点分布理论的重大推进，但与“所有非平凡零点在临界线上”仍是两个数量级的问题。标题带“quasi-”（拟）正是作者自己划出的距离。
2. **002 BSD 是“千禧问题的重大推进”而非“千禧问题全解”。**范围限定在全 Selmer 余秩 0 或 1 的椭圆曲线，并借助 006 达到密度一的二次扭族。千禧问题要求所有椭圆曲线。
3. **032 有理 Hodge 猜想是“重要特殊情形”。**覆盖 CM 阿贝尔簇（全维数全余维数）与射影 K3 曲面之积；一般代数簇的 Hodge 猜想仍未解决。但其连带推论（有限域 Tate 猜想、Hodge 标准猜想）极其丰厚。
4. **266 的“排除性”结论依赖计算假设。**N(6)=3 的不可能性部分是“在所述 binary64 算术与编译器条件下的认证计算”——这是计算机辅助证明，其正确性条件与纯数学证明不同，形式化验证价值极高。
5. **目录的整体口吻是宣告式（“Proves…”），但目录不是证明。**文件本身不含证明细节、不含评审意见、不含验证状态。722 篇手稿的正确性是**独立于本目录的开放问题。**

6. 对数学界的冲击分析

6.1 规模冲击：一夜之间倾倒了“一个世纪的悬案”

按目录口径，372 个问题中约 130 个以猜想命名、约 126 个以人名命名——这些名字本身就是一部数学史：Hilbert、Serre、Kaplansky、Hadwiger、Sidorenko、Khot、Thompson、Kadison、Baum–Connes、Grothendieck、Yau、Donaldson、Arnold、De Giorgi、Shelah、Sinai、Rokhlin、Banach……其中任何单个 S 级成果，

在传统模式下都足以支撑一位数学家的职业生涯与一份顶级期刊的头条。**372 个问题的“解决”若成立，等于把数学界几十年的“愿望清单”一次性清空。**这种规模本身就是最大的冲击：它迫使整个学科重新回答“什么规模的成果是可能的”。

6.2 难度谱系冲击：不只是难题，而且覆盖全部“难度形态”

目录中的成果横跨四种难度形态：**精巧反例**（64 项，如 161 Sidorenko 的 35 顶点图、196 零因子群代数）、**深度结构定理**（如 287 自由群因子、312 同伦假设）、**定量极限**（如 107 ω≤9/4、109 整数乘法、237 蜂窝 3/4 指数）、**算法构造**（如 103 L=RL=BPL、376 NS 万有计算）。这说明冲击不只是“AI 会证明定理”，而是“AI 覆盖了数学研究的全部产出形态”——包括数学家最引以为傲的“构造反例的品味”。

6.3 验证冲击（最深刻的冲击面）：数学界的“产能瓶颈”瞬间逆转

数学史上的信任机制是**同行评审 + 社区逐步检验**，其产能以每年全球数百篇顶刊论文为量级。现在摆在面前的是 722 篇手稿、372 个高难度结论。这将产生三重后果：

1. **验证积压不可避免。**按传统速度，全量验证需要数年；在此期间，整个领域处于“既不能引用、又不能忽视”的悬置状态。
2. **形式化证明从“锦上添花”变为“基础设施”。**Lean/Coq/Isabelle 等形式化工具将成为大规模验证的唯一现实路径；本目录中 266 这类“认证计算”条目尤其如此。数学的“可信度供应链”将被重构。§9 的仓库核查显示：发布方已建成 162 篇手稿、185 条主结果声明的 Lean 形式化库（每条附 Comparator 独立校验配置），但目录自述评审状态为“unchecked”——形式化是信任的**必要条件**而非**充分条件**，这一点被官方数据直接确认。
3. **抽查策略将成为方法论。**社区将优先验证“证书短、可机检、结论惊人”的条目（显式构造、数值不等式、复杂度算法），而 S 级抽象定理（287、312）验证最慢——这会造成长达数年的“部分可信”状态。

6.4 荣誉与社会学冲击：谁的定理?

- **命名悖论**：解决了 “Serre 猜想” 的定理叫什么？由谁署名？722 篇手稿的作者栏如何构成？本目录署名为 “OpenAI”，若采纳“机构作者”惯例，将冲击以个人命名的荣誉体系（Fields 奖、Abel 奖、Wolf 奖的授予标准都预设了个人数学家主体）。
- **职业结构**：审稿人、期刊、综述作者的产能与权威被重新定价；“证明一个问

题”的价值 vs “理解一个问题”的价值之间的传统张力将被推到极致——数学界长期信奉“证明的价值在于理解”，而 AI 证明可能只提供正确性。

- **优先权与时间戳**：目录式发布（PDF 目录 + GitHub 仓库 + 一天内全部公开）本身就是对 arXiv-优先权文化的升级；这可能成为大规模数学成果发布的**新范式。**

6.5 方法论冲击：证明的形态与可读性

若手稿由 AI 主导生成，其证明形态可能与人类数学的“叙事证明”不同：更长、更分支化、更多计算性引理。这将推动三个方向：**证明压缩与解释**（把机器证明翻译成人类洞察）、**AI 辅助审稿**（用 AI 验证 AI）、**交互式证明助手成为数学写作标配。**

6.6 学科版图冲击：没有“安全”的领域

17 个分支全部覆盖、无一遗漏，且最“重”的成果恰好落在数学与外部世界的接口上：

- **物理学**：260 Penrose 不等式、264 强宇宙审查、265 面积律、268 Haldane 能隙、216 BKT 标度——数学物理的多年悬案直接影响理论物理叙事；
- **计算机科学**：103、107、109、130 算法与复杂度结果可直接进入工程实践（FFT、整数乘法、矩阵乘法）；
- **工程与信息**：266 MUB、279 量子因式分解影响量子信息。

换言之，冲击不限于纯数学圈，会沿“数学→物理/CS/工程”的既有管道迅速传导。

6.7 教育与人才冲击

教材在数百个“已解决”结论面前迅速过时；数学教育需要重新定位为“在 AI 能解决常规问题的时代，人类的审美、提问与判断”；年轻数学家的选题策略、引用习惯、证明训练都会随之改变。

6.8 对比视角：与既有 AI 数学里程碑的关系

此前的 AI 数学里程碑（如定理证明竞赛级几何/代数问题、FunSearch 式构造、大规模形式化验证）都以“单点突破”为特征。本目录若属实，标志着从**单点突破 → 全谱**

系批量产出的跃迁；其冲击不在于某个定理，而在于“批量解决悬案”成为可复现的产能。

7. 风险与冷静剂

1. **宣告 ≠ 证明。**目录的语言是单方面宣告；数学史上不乏大规模错误声明的先例。372 个结论的先验概率不是 372 个独立事件——它们共享方法论，可能共享失效模式（“系统性偏差”风险）。
2. **相关性风险**：如果生成方法在某类问题上有系统缺陷（例如某些领域的反例构造依赖同一引理），错误会成簇出现，而非均匀分布。应优先抽查**彼此方法独立**的领域。
3. **精确范围的“缩水”设计**：如 §5 所示，一些条目标题宏大但范围精确受限（003、002、032）。评估时必须以摘要的范围为准，而不是以标题的联想为准。
4. **计算机辅助条目的特殊条件**（266）：浮点与编译器条件的认证计算需要独立复算。
5. **历史参照**：19 世纪以来，“一次解决大量难题”的可信记录极少；而“重要问题被部分推进”的记录很多。理性基线应是**分层置信**：先信可机检的，再信可复算的，最后才信需要长篇结构理论的。

8. 核查路线图建议

Table 6
核查路线图建议

阶段	目标	对象	验证方式
第 1 层（数周）	快速证伪/证实	显式构造与数值型：155、161、179、196、237、266、293、376	复算证书、形式化小证明、计算机复现
第 2 层（数月）	算法类验证	103、107、109、130、138、121	机器验证 + 实现 + 复杂度审计
第 3 层（数月–1 年）	经典猜想专题评审	004、005、017、019、193、248、288、304	专家评审组 + 形式化关键引理
第 4 层（1–3 年）	结构理论巨著	032、034、287、312、285	全文精读 + 社区复现 + 形式化
持续	全量手稿	722 篇	GitHub 仓库逐篇评审、建立公开验证状态清单

9.1 结果是怎么生产出来的（README 官方口径）

- 手稿与证明工件由一个**未发布的内部 OpenAI 模型**产出；背景是“现有数学评测饱和后，把评测扩展到开放研究问题”。
- **平均每个结果消耗 3 小时 ChatGPT Pro 思考算力**；评测期间共向模型提出**约 4,000 道问题**，将产出聚合为成果族、并按“达到相应重要性水平”筛选后，得到 372 族 / 722 篇手稿——**即 4,000 道题 → 372 个入选成果族（入选率约 9%）**。
- **两项例外走特殊流程**：ζ 函数零点无关区域（即条目 003 quasi-Riemann）与 CM 阿贝尔簇 Hodge 猜想（条目 032）不适用上述统一流程；其中 Re s > 11/12 零点无关区的写作经过**人工可读性编辑。**
- 发布承诺保留版本历史、勘误以新版本记录；每篇手稿目录内附 BibTeX 引用块。

9.2 验证状态（最重要的实证）

Table 7
仓库验证状态实证

事实	数据	来源
有 Lean 形式化主结果的手稿	**162 篇**（约占 722 篇的 22%）	lean/formalization.yaml 的 sources 清单
形式化“主结果”声明条目	**185 条**（每条含 Lean 声明名 + 文件路径）	formalization.yaml: status.main_results
每条主结果的独立校验配置	185 个 ComparatorChallenges/*.json（使用 leanprover/comparator 工具链）	formalization.yaml
形式化范围自述	scope: **“Partial progress.”**	formalization.yaml: status
评审状态自述	**review: status: “unchecked” (未检查)**	formalization.yaml: review
自动化方式	automation.method: “agent”	formalization.yaml
官方警告原文	“This collection includes results at different stages of verification… **Some of the unformalized results could have issues.**”	README.md
形式化依赖生态	构建于 mathlib4 及约 30 个社区库之上（PrimeNumberTheoremAnd、ClassFieldTheory、carleson、sphere-eversion、zeta_3_irrational、schoenflies-lean 等，另含 lana-agents 系列库）	formalization.yaml: related_formalizations
推理摘要（reasoning traces）	公开 10 个家族：007、017、087、102、159、197、221、271、287、362	README.md

解读：发布方已建成数学史上规模最大的单批机器验证基础设施（162 篇 / 185 条主结果 / 逐条 Comparator 配置），但同时官方口径明确：形式化只覆盖约两成、且形式化本身“unchecked”。这直接确认了 §6.3 的判断——**验证积压是真实存在的，而不是假想的风险。**目前最可信的子集是那 185 条附 Comparator 配置的主结果：任何人可用 `lake exe comparator` 复算。

9.3 论文摘要抽查（5 篇，覆盖 4 个领域）

摘要均取自 preprints/*/build/ 下的原始 LaTeX 源（\begin{abstract}），为原文英文直录：

1. **A Counterexample to Kaplansky's Direct-Finiteness Conjecture in Characteristic Two**（2026-09-23，代数）—— "We disprove Kaplansky's direct-finiteness conjecture by constructing a finite field K of characteristic two, a finitely presented group G, and finite sums a,b ∈ K[G] with ab=1 but ba≠1. The group G is nonsofic. The same elements define a cellular automaton on K^G that is injective but not surjective, **disproving Gottschalk's surjunctivity conjecture**." ——一篇手稿同时推翻两个著名猜想（Kaplansky 直有限 + Gottschalk 满射性），并给出非 sofic 群的显式构造。
2. **Exact Birch–Swinnerton-Dyer Formula from Low Selmer Corank**（2026-10-03，数论）—— "…The analytic and Mordell–Weil ranks equal that corank, and the Tate–Shafarevich group is finite. The formula includes all prime factors and **requires no additional hypotheses** on reduction, rational torsion, isogenies, complex multiplication, or residual Galois representations." ——BSD 限定范围内"无附加假设"的强表述。
3. **The Selmer converse for elliptic curves at every prime**（2026-09-24，数论）——除 Selmer 逆命题外给出具体推论：$\ell \equiv 4, 7, 8 \pmod 9$ 时 $X^3 + Y^3 = \ell Z^3$ 解析秩与 Mordell–Weil 秩均为 1、Sha 有限；特别地**每个这样的 ℓ 都是两个有理数立方和**。
4. **A Charged Reduction of the Spacetime Penrose Inequality…**（2026-10-05，数学物理）——n ≥ 4 空间维的带电数据上证明纯电上界面积不等式，含精确等号刚性分类（等号情形恢复为 Reissner–Nordström–Tangherlini 外部的整体类空切片），范围限定语极其细密（衰减、可积性、有限通量、陷阱符号等）。
5. **A Counterexample to Wall's D(2) Problem**（2026-10-06，拓扑）——构造有限连通 3 维 CW 复形满足 D(2) 有限性条件，但不同伦等价于任何维数 ≤2 的有限 CW 复形（基本群无限）。

抽查观察：摘要均为标准数学论文文体（We prove/disprove…），**限定语密度高**、范围刻画精确，与目录摘要口径一致；论文日期集中在 2026-09-23 至 2026-10-06 的**约两周窗口**内；每篇配有构建说明、BibTeX、图表源码与独立 PDF——发布工程化程度很高。未见夸大性宣传语言；相反，措辞偏向保守的范围限定。

9.4 对冲击分析的修正与加强

1. **生产经济学**：3 小时算力/结果 × 约 4,000 道题 → 372 族。这给出了"批量解决悬案"的成本模型——冲击不仅是智力上的，也是**成本结构**上的：传统模式下每个 S 级成果是数年人力；此处被压缩为小时级算力 + 模型能力。

2. **验证冲击由假想变为实证**：162/722 形式化、review=unchecked、官方自认“可能有问题”。数学界的检验对象不是 372 个结论，而是**一个持续更新的、带机器可验证子集的动态集合。**
3. **“例外”暴露方法论边界**：两项最著名的结果（ζ 零点无关区、CM Hodge）不适用统一流程、且有人工介入——这提示统一管线与特殊工作的边界在哪里，值得研究者关注。
4. **信任锚点具体化**：185 条 Comparator 配置 + 10 份推理摘要 + 逐篇 BibTeX/构建脚本，是数学史上对“AI 产出”最完整的可检验交付。§8 的核查路线图可以立即从这 185 条开始执行。

10. 总结

- **解决了多少问题**：按目录口径 **372 个**（130 个猜想、64 个反例型否定解决、144 条明确宣称“解决”，15 条带条件），由 722 篇手稿支撑，覆盖数学 17 个分支。
- **分量**：其中约 30 项属于百年悬案/千禧级（H10/ℚ、BSD 主要情形、Catalan、Hodge 重要情形、Kakeya、Hadwiger、UGC、L=RL=BPL、ω≤9/4、Kaplansky、Thompson F、Kadison、自由群因子、Hilbert–Smith、Kervaire p=3、Grothendieck 同伦假设、Vlasov–Maxwell 等），约 60 项为领域里程碑。
- **冲击**：如果属实，这是数学史上**规模、难度、覆盖面**三者同时达到前所未有的单一事件：它将逆转数学界的产出与验证产能关系，把形式化验证推为基础设施，重写荣誉与职业体系，并沿数学→物理/CS/工程的管道传导。如果部分或全部不实，它同样是重大事件——因为暴露了数学验证体系在大规模 AI 产出面前的脆弱性。
- **理性态度**：以摘要的**精确范围**为准、以**分层验证**为路径、以**可机检结果**为信任锚点。在验证完成前，这份目录本身就是一份关于“数学知识生产方式已经改变”的宣言。

附录 A：全部 372 条成果清单（按领域、按目录编号）

标题为文件原文（英文），以保持术语精确；编号缺 045、061、070、123、163（目录自身缺号）。〔ms〕= 该成果族手稿数（PDF 链接估算）。

Number theory

- **001** Milne’s rationality conjecture 〔ms:1〕

- **002** The full Birch–Swinnerton-Dyer formula in Selmer coranks zero and one 〔ms:4〕
- **003** The quasi-Riemann hypothesis 〔ms:4〕
- **004** Hilbert’s tenth problem over $\mathbb{Q}$ 〔ms:2〕
- **005** Irrationality of Catalan’s constant 〔ms:1〕
- **006** Goldfeld’s conjecture 〔ms:2〕
- **007** Two-point Chowla and the corrected binary Elliott conjecture 〔ms:1〕
- **008** The Deligne–Drinfeld conjecture 〔ms:1〕
- **009** Bogomolov–Pop and Milnor K-theoretic reconstruction 〔ms:6〕
- **010** Fontaine–Mazur modularity at the prime 2 and 2-adic pro-modularity 〔ms:3〕
- **011** The Ford–Konyagin–Luca conjecture on prime predecessors 〔ms:4〕
- **012** Independent largest prime factors of consecutive integers 〔ms:1〕
- **013** Ostmann’s inverse Goldbach conjecture 〔ms:1〕
- **014** Restricted geometric Langlands, generic Ramanujan and Arthur parameters 〔ms:11〕
- **015** Torus-packet equidistribution in prime, quartic, and sextic degrees 〔ms:4〕
- **016** Zilber–Pink in abelian varieties and the Siegel threefold 〔ms:4〕
- **017** The irrationality exponent of $\pi$is 2 〔ms:1〕
- **018** The Margulis–Platonov conjecture over global fields 〔ms:2〕
- **019** The p-adic section conjecture 〔ms:2〕
- **020** Squarefree quartics and power-free polynomial values 〔ms:1〕
- **021** A quadratic bound for Jacobsthal’s function 〔ms:1〕
- **022** The weak inhomogeneous Duffin–Schaeffer conjecture 〔ms:1〕
- **023** Patterson’s first moment for cubic Gauss sums 〔ms:1〕
- **024** An asymptotic formula for the number of totients 〔ms:1〕
- **025** Erdős’s short Egyptian-fraction conjecture 〔ms:1〕
- **026** Positive lower density of large prime gaps 〔ms:1〕
- **027** Integral density on curve character varieties 〔ms:1〕
- **028** The Gaussian moat conjecture 〔ms:1〕
- **029** Artin’s primitive root conjecture: infinitude for every base 〔ms:2〕
- **030** Modularity over imaginary quadratic fields 〔ms:1〕
- **031** Uchida’s conjecture for open Galois homomorphisms 〔ms:1〕

Algebraic and complex geometry

- **032** The rational Hodge conjecture for CM abelian varieties and products of K3 surfaces〔ms:11〕
- **033** Campana′s orbifold Iitaka conjecture and logarithmic subadditivity〔ms:6〕
- **034** Log abundance and effective Iitaka fibrations〔ms:18〕
- **035** Threefold log abundance in numerical dimension one in characteristic $p > 3$〔ms:3〕
- **036** Numerical semiampleness and generalized minimal models〔ms:5〕
- **037** The sharp ordinary-double-point volume gap〔ms:2〕
- **038** Fujita′s freeness conjecture〔ms:1〕
- **039** Nagata′s conjecture and maximal Seshadri constants〔ms:5〕
- **040** Bloch′s conjecture for complex surfaces〔ms:1〕
- **041** Hyperkähler SYZ and projective-space bases〔ms:2〕
- **042** Oka classification for K3 surfaces and other compact complex surfaces〔ms:1〕
- **043** $P = W$for fixed-determinant moduli spaces〔ms:1〕
- **044** The equivariant cohomological Hikita conjecture for quivers〔ms:1〕
- **046** Counterexamples to Shafarevich holomorphic convexity〔ms:3〕
- **047** Complex counterexamples to cancellation and affine fibrations〔ms:1〕
- **048** A characteristic-zero counterexample to Lipman–Zariski〔ms:1〕
- **049** A stable-coordinate counterexample in four variables〔ms:2〕
- **050** A counterexample to Griffiths′ positivity conjecture〔ms:1〕
- **051** Kobayashi′s canonical-ampleness conjecture〔ms:1〕
- **052** Tangent-bundle splittings and universal covers〔ms:2〕
- **053** A counterexample to Pixton′s original completeness conjecture〔ms:1〕
- **054** Counterexamples to Kuznetsov′s rationality conjecture〔ms:1〕
- **055** Toda′s Gepner conjecture and large-volume stability〔ms:2〕
- **056** Termination of fourfold minimal model programs〔ms:6〕
- **057** Campana′s abelianity conjecture and special varieties〔ms:4〕
- **058** The Kollár–Pardon universal-cover conjecture〔ms:2〕
- **059** Counterexamples to Zariski′s multiplicity conjecture〔ms:2〕
- **060** The Global Spherical Shell conjecture〔ms:1〕
- **062** The LeBrun–Salamon conjecture and projective contact classification〔ms:1〕
- **063** The generalized Mukai conjecture〔ms:1〕

- **064** The μ-constant problem for surface singularities 〔ms:1〕
- **065** Virasoro constraints for complete intersections and projective bundles 〔ms:2〕
- **066** Bounded klt complements for Fano contractions 〔ms:2〕
- **067** The Campana–Peternell conjecture in dimension six 〔ms:1〕
- **068** Anticanonical nonvanishing under smooth semipositivity 〔ms:8〕
- **069** Quantum geometric Langlands at irrational level 〔ms:1〕

Real and complex analysis

- **071** Koebe′s circle-domain conjecture and circle-domain rigidity 〔ms:2〕
- **072** Brennan′s conjecture and a counterexample to Kraetzer′s prediction 〔ms:2〕
- **073** The Falconer distance conjecture 〔ms:1〕
- **074** Kakeya in three and four dimensions 〔ms:2〕
- **075** The Llog LFourier-convergence conjecture 〔ms:1〕
- **076** Ultraflat real Littlewood polynomials 〔ms:4〕
- **077** Fourier restriction for positively curved surfaces 〔ms:2〕
- **078** The three-dimensional Bochner–Riesz conjecture 〔ms:1〕
- **079** Sogge′s local smoothing conjecture in dimension three 〔ms:1〕
- **080** The Sobolev endpoint in Carleson′s Schrödinger convergence problem 〔ms:2〕
- **081** The David–Semmes Riesz-transform problem in higher codimension 〔ms:1〕
- **082** Maximal and variational bounds for the triangular Hilbert transform 〔ms:4〕
- **083** Stein′s conjecture for Hilbert transforms along Lipschitz directions 〔ms:1〕
- **084** The geometric case of the Erdős similarity conjecture 〔ms:2〕
- **085** Endpoint regularity of the planar centered maximal function 〔ms:1〕
- **086** An $L3$ bound for the trilinear Hilbert transform 〔ms:1〕

Convex and metric geometry

- **087** The Mahler conjectures and symplectic width 〔ms:3〕
- **088** Petty′s projection-volume conjecture and simplex counterexamples 〔ms:2〕
- **089** Bounded-distortion $L1$ embeddings of planar and bounded-treewidth

graphs 〔ms:2〕
- **090** Universal optimality of the triangular lattice 〔ms:4〕
- **091** The logarithmic Brunn–Minkowski conjecture 〔ms:1〕
- **092** The optimal order of convex-body covering density 〔ms:2〕
- **093** Dimension-free logarithmic Sobolev inequality for subgaussian log-concave measures 〔ms:1〕
- **094** Subpolynomial dimension reduction in Lp 〔ms:1〕
- **095** Hyperbolicity cones without semidefinite lifts 〔ms:4〕
- **096** The Gaussian propeller conjecture 〔ms:1〕
- **097** The Euclidean Steinitz–Bergström conjecture 〔ms:1〕
- **098** A negative answer to the Lang–Plaut problem 〔ms:1〕
- **099** The sharp distortion of edit distance into ℓ1 〔ms:3〕
- **100** A counterexample to Bang’ s cylinder-covering bound 〔ms:4〕
- **101** The sharp simplex conjecture for isotropic constants 〔ms:1〕

Theoretical computer science

- **102** The Unique Games Conjecture and optimal approximation thresholds 〔ms:6〕
- **103** Derandomization of logarithmic space: L = RL = BPL 〔ms:1〕
- **104** Quasipolynomial algorithms for mean-payoff, stochastic and parity games 〔ms:5〕
- **105** The 2-to-1 Games Conjecture with perfect completeness 〔ms:1〕
- **106** Hardness of coloring three-colorable graphs 〔ms:1〕
- **107** Matrix multiplication with exponent at most 9/4 〔ms:3〕
- **108** A cubic permanent–determinant lower bound 〔ms:1〕
- **109** Integer multiplication below $n$log n 〔ms:1〕
- **110** Optimal-order randomized k-server on arbitrary metrics 〔ms:2〕
- **111** One-sample matroid prophet inequalities against an almighty adversary 〔ms:1〕
- **112** Beyond the square-root exponent for depth-three circuits 〔ms:1〕
- **113** Approximate counting and the perfect-matching entropy conjecture 〔ms:2〕
- **114** Approximate counting of common integer polymatroid bases 〔ms:2〕
- **115** Sampling and counting contingency tables with arbitrary margins 〔ms:2〕
- **116** Uniform identity testing for noncommutative formulas 〔ms:3〕

- **117** Uniform sparsest cut: hardness and semidefinite gaps 〔ms:2〕
- **118** Unbounded bin-packing gaps and the modified integer round-up conjecture 〔ms:1〕
- **119** The Courtade–Kumar and Hellinger conjectures 〔ms:2〕
- **120** Almost-linear-time exact matching in general graphs 〔ms:1〕
- **121** Almost-linear expected-time approximation of edit distance 〔ms:1〕
- **122** Superpolynomial lower bounds and quasipolynomial reconstruction from deletion traces 〔ms:4〕
- **124** Polynomial-time scheduling on three identical machines 〔ms:1〕
- **125** The approximation threshold for metric k-median 〔ms:2〕
- **126** Exponential semidefinite complexity of perfect matching 〔ms:1〕
- **127** The asymptotic Gotsman–Linial conjecture 〔ms:1〕
- **128** A factor-two approximation for shortest common superstring 〔ms:1〕
- **129** Exponential state costs for two-way automata 〔ms:2〕
- **130** Fourier transforms below $n\log n$ 〔ms:2〕
- **131** Polynomial mixing of graph switches with prescribed degrees 〔ms:1〕
- **132** A counterexample to the quadratic sensitivity conjecture 〔ms:1〕
- **133** The complexity of Weisfeiler–Leman refinement 〔ms:5〕
- **134** Generalized star height at most three 〔ms:3〕
- **135** Sharp homogeneous depth-five complexity of matrix products 〔ms:1〕
- **136** The quasilinear PCP-for-PPAD conjecture 〔ms:1〕
- **137** One-tape time simulation in two-fifths-power space 〔ms:1〕
- **138** Subset Sum in $O(20.49n)$ time 〔ms:2〕
- **139** Subpolynomial queries for log-concave sampling 〔ms:1〕
- **140** Memory–sample lower bounds for noiseless Gaussian regression 〔ms:7〕
- **141** The existential theory of the reals and existential–universal sentences in the counting hierar- chy 〔ms:1〕
- **142** Deterministic polynomial factorization over prime fields 〔ms:1〕

Dynamical systems and ergodic theory

- **143** Uniform limit-cycle bounds in Hilbert’ s sixteenth problem 〔ms:2〕
- **144** Banach’ s simple Lebesgue-spectrum problem 〔ms:1〕
- **145** Rokhlin’ s multiple-mixing problem 〔ms:1〕
- **146** Sinai’ s positive-entropy conjecture for the standard map 〔ms:1〕

- **147** The near-boundary Birkhoff conjecture 〔ms:2〕
- **148** The dimension formula for self-similar measures on the line 〔ms:1〕
- **149** Permanence for weakly reversible reaction networks 〔ms:3〕
- **150** Weak mixing of irrational triangular billiards 〔ms:2〕
- **151** A $C1$ counterexample to Shub′s entropy conjecture 〔ms:1〕
- **152** Zero entropy does not guarantee a smooth positive-volume model 〔ms:1〕
- **153** Arithmetic classification of Bernoulli convolutions 〔ms:1〕
- **154** Pointwise multiple ergodic averages for mixing transformations 〔ms:6〕

Combinatorics

- **155** A counterexample to periodic tiling in dimension three 〔ms:1〕
- **156** Borsuk′s conjecture fails in dimension nine 〔ms:1〕
- **157** Counterexamples to the Hadwiger and Colin de Verdière conjectures 〔ms:3〕
- **158** The Euclidean plane cannot be colored with five colors 〔ms:1〕
- **159** Erdős′s reciprocal-sum conjecture and quasipolynomial Szemerédi bounds 〔ms:1〕
- **160** Superexponential van der Waerden numbers 〔ms:1〕
- **161** Counterexamples to Sidorenko′s conjecture and the forcing conjecture 〔ms:1〕
- **162** Counterexamples to Ryser′s covering and Gyárfás′s tree-cover conjectures 〔ms:2〕
- **164** Hindman′s finite sums and products conjecture 〔ms:1〕
- **165** Exact crossing numbers of complete and complete bipartite graphs 〔ms:2〕
- **166** The higher-dimensional Erdős distinct-distances conjecture 〔ms:1〕
- **167** Pinned distances and a power saving for planar unit distances 〔ms:2〕
- **168** Combinatorial invariance of Kazhdan–Lusztig polynomials 〔ms:1〕
- **169** The Shareshian–Wachs e-positivity conjecture 〔ms:1〕
- **170** Sharp logarithmic exponents for off-diagonal Ramsey numbers 〔ms:2〕
- **171** The hypercube Ramsey conjecture 〔ms:1〕
- **172** Classification of finite Euclidean Ramsey configurations 〔ms:1〕
- **173** Seymour′s second-neighborhood conjecture 〔ms:1〕

- **174** Deterministic construction of strong thin spanning trees 〔ms:2〕
- **175** Talagrand’s conjectures and graph decompositions at expectation thresholds 〔ms:3〕
- **176** The second Kahn–Kalai conjecture 〔ms:1〕
- **177** Bounded-degree coboundary expanders in every dimension 〔ms:1〕
- **178** Deterministic nonbipartite Ramanujan graphs in every fixed degree 〔ms:1〕
- **179** The circulant Hadamard conjecture 〔ms:1〕
- **180** Barnette’s Hamiltonian-cycle conjecture 〔ms:1〕
- **181** The Erdős–Gallai cycle-decomposition conjecture 〔ms:1〕
- **182** Power savings for polynomial-difference-free sets 〔ms:4〕
- **183** Power savings for planar halving lines and k-sets 〔ms:1〕
- **184** Coloring and independence in graphs with forbidden subgraphs 〔ms:2〕
- **185** Counterexamples to infinite matroid intersection and packing/covering 〔ms:1〕
- **186** The Friedgut–Kalai graph and hypergraph threshold conjectures 〔ms:2〕
- **187** Snaky in 21 Maker moves 〔ms:1〕
- **188** The sharp constant in random triangle removal 〔ms:1〕
- **189** Exact cycle–clique Ramsey numbers 〔ms:1〕
- **190** Polynomial removal fails for ordered binary matrices 〔ms:1〕
- **191** A power improvement in the Heilbronn triangle problem 〔ms:1〕
- **192** A counterexample to the Gopalan–Servedio conjecture 〔ms:1〕

Algebra

- **193** Serre’s intersection-multiplicity conjecture 〔ms:1〕
- **194** Lech’s multiplicity conjecture 〔ms:1〕
- **195** A counterexample to the small Cohen–Macaulay module conjecture 〔ms:1〕
- **196** A counterexample to Kaplansky’s zero-divisor conjecture 〔ms:1〕
- **197** Nonsofic groups and group-ring counterexamples 〔ms:4〕
- **198** A counterexample to the little finitistic-dimension conjecture 〔ms:1〕
- **199** Counterexamples to conjectures of Auslander–Reiten, Tachikawa, and Nakayama 〔ms:2〕
- **200** Eisenbud–Green–Harris and lex-plus-powers in characteristic zero

〔ms:2〕

- **201** A counterexample to Kurosh’s division-ring problem 〔ms:1〕
- **202** The blockwise Alperin weight conjecture 〔ms:1〕
- **203** Donovan’s conjecture over fields and discrete valuation rings 〔ms:2〕
- **204** Tensor saturation for even spin groups 〔ms:1〕
- **205** Saxl’s conjecture and universal tensor squares 〔ms:2〕
- **206** Finite lattice representation: counterexamples and undecidability 〔ms:2〕
- **207** The ℓ1-Bass and complex Bass trace conjectures 〔ms:2〕
- **208** The finite Benson–Etingof–Ostrik conjecture 〔ms:1〕
- **209** Integral counterexamples to Gersten’s conjecture 〔ms:2〕
- **210** Foulkes’ conjecture for sixth powers and quadratic stabilization 〔ms:2〕

Probability and statistical mechanics

- **211** Geometry, diffusion, and spectra of random planar maps 〔ms:9〕
- **212** No bigeodesics and smooth limit shapes in planar first-passage percolation 〔ms:2〕
- **213** No infinite critical clusters on quasi-transitive graphs 〔ms:2〕
- **214** The Benjamini–Schramm nonuniqueness conjecture 〔ms:1〕
- **215** Massive continuum limits and exact mass asymptotics for planar $O(n)$ models 〔ms:6〕
- **216** Critical logarithmic corrections and BKT scaling for the planar XY model 〔ms:8〕
- **217** The low-temperature Sherrington–Kirkpatrick fluctuation law 〔ms:2〕
- **218** Conformal universality for weakly interacting and disordered Ising models 〔ms:8〕
- **219** GOE universality for random regular graphs with weak disorder 〔ms:3〕
- **220** Directional zero–one laws and ballisticity in random environments 〔ms:4〕
- **221** The Mézard–Parisi formula for diluted spin glasses 〔ms:1〕
- **222** Perceptron free energies and microscopic jamming 〔ms:5〕
- **223** Conformal limits of square-lattice random-cluster interfaces 〔ms:8〕
- **224** Critical and near-critical universality for Voronoi percolation 〔ms:4〕
- **225** Gaussian free field limits for the balanced six-vertex model 〔ms:1〕

- **226** The double-dimer CLE4 conjecture in the half-plane 〔ms:1〕
- **227** The dynamical phase transition in the Sherrington–Kirkpatrick model 〔ms:10〕
- **228** Continuum phase transitions for radial pair potentials 〔ms:2〕
- **229** Sharp three- and four-state reconstruction thresholds 〔ms:4〕
- **230** Exact Hausdorff measure for SLE 〔ms:2〕
- **231** The free uniform spanning forest is a factor of IID 〔ms:1〕
- **232** Gaussian fields and SLE interfaces for Lipschitz heights 〔ms:3〕
- **233** The joint critical Ashkin–Teller scaling limit 〔ms:1〕
- **234** All-temperature pressure for orthogonally invariant Ising spin glasses 〔ms:1〕
- **235** Random-SAT thresholds, sharp variance and computability 〔ms:6〕
- **236** The factor-of-IID threshold for free Ising states on trees 〔ms:1〕
- **237** The three-quarter diameter exponent for honeycomb walks 〔ms:17〕
- **238** Optimal logarithmic mixing of the Thorp shuffle 〔ms:15〕
- **239** Sharp singularity rates for symmetric sign matrices 〔ms:3〕

Mathematical logic

- **240** Shelah’s eventual categoricity conjecture 〔ms:2〕
- **241** Rigidity of the Turing degrees 〔ms:1〕
- **242** Single-fold Diophantine representations 〔ms:1〕
- **243** Choiceless counting does not capture polynomial time 〔ms:2〕
- **244** The partition principle does not imply choice 〔ms:1〕
- **245** The β-Barendregt–Geuvers–Klop conjecture 〔ms:1〕

Group theory

- **246** Cannon’s conjecture 〔ms:1〕
- **247** An infinite finitely presented residually finite 2-group 〔ms:2〕
- **248** Thompson’s group $F$is nonamenable 〔ms:1〕
- **249** A finitely generated counterexample to Eilenberg–Ganea 〔ms:1〕
- **250** The Boone–Higman conjecture and higher finiteness 〔ms:3〕
- **251** Amenability, unitarizability, and Ulam stability 〔ms:2〕
- **252** A non-residually-finite torsion-free hyperbolic group 〔ms:1〕
- **253** An infinite finitely presented simple amenable group 〔ms:1〕
- **254** Classifying spaces and geometric obstructions for Artin groups

〔ms:3〕

- **255** Quasi-isometric rigidity of virtually polycyclic groups 〔ms:1〕
- **256** Howie’s conjecture on equations over groups 〔ms:2〕
- **257** A hyperbolic group with no geometric CAT(0) action 〔ms:1〕
- **258** Gersten’s conjecture for one-relator groups 〔ms:2〕
- **259** A group without fixed price 〔ms:1〕

Mathematical physics

- **260** Spacetime Penrose inequalities and rigidity 〔ms:16〕
- **261** Localization and delocalization in the Anderson model 〔ms:2〕
- **262** Sharp one-dimensional Lieb–Thirring inequalities 〔ms:4〕
- **263** The ionization and generalized ionization conjectures 〔ms:3〕
- **264** Strong cosmic censorship near two-ended Kerr data 〔ms:3〕
- **265** The two-dimensional gapped area law 〔ms:2〕
- **266** Exactly three mutually unbiased bases in dimension six 〔ms:2〕
- **267** Positive-temperature Bose–Einstein condensation and quantum depletion 〔ms:7〕
- **268** The spin-one Haldane gap 〔ms:2〕
- **269** The Laughlin gap and stability under scalar disorder 〔ms:2〕
- **270** Threshold and positive-energy bound states of the BFSS model 〔ms:2〕
- **271** Bloch’s law and spontaneous ferromagnetic order 〔ms:6〕
- **272** Entanglement without secret key and the PPT-square conjecture 〔ms:1〕
- **273** The entropy photon-number inequality 〔ms:1〕
- **274** Moore’s parity conjecture for QAC0 〔ms:2〕
- **275** QMA-hardness of continuum Coulomb energy 〔ms:2〕
- **276** The classical capacity of generalized amplitude damping 〔ms:1〕
- **277** Threshold repetition for entangled games 〔ms:1〕
- **278** Failure of Kohn–Sham ensemble representation 〔ms:1〕
- **279** Exact quantum factoring over a fixed finite gate set 〔ms:1〕
- **280** Strong locality for strongly rational unitary vertex operator algebras 〔ms:1〕
- **281** QAOA optimality for the SK model 〔ms:3〕
- **282** Scale-to-conformal enhancement in four-dimensional QFT 〔ms:1〕
- **283** Polynomial-time, constant-error unitary synthesis from a Boolean

oracle 〔ms:1〕
- **284** The optimal randomized–quantum query exponent 〔ms:1〕

Operator algebras

- **285** Counterexamples to Baum–Connes and Kadison–Kaplansky 〔ms:3〕
- **286** Arithmetic rigidity of lattice von Neumann algebras 〔ms:2〕
- **287** All nonabelian free group factors are isomorphic 〔ms:1〕
- **288** Kadison's similarity conjecture 〔ms:1〕
- **289** The strong Kadison–Kastler conjecture 〔ms:4〕
- **290** Connes' bicentralizer conjecture and relative bicentralizers 〔ms:2〕
- **291** Toms–Winter and equivariant Jiang–Su stability 〔ms:5〕
- **292** A counterexample to Kirchberg's norm-ultrapower embedding problem 〔ms:1〕
- **293** A counterexample to the hyperinvariant-subspace problem 〔ms:2〕
- **294** A counterexample to Kaplansky's quasitrace conjecture 〔ms:1〕
- **295** The Kadison–Ringrose cohomology conjecture 〔ms:1〕
- **296** The generator problem for finite factors 〔ms:1〕
- **297** A ZFC counterexample to Naimark's problem 〔ms:3〕
- **298** A counterexample to Voiculescu's free-entropy equality conjecture 〔ms:1〕
- **299** The Kirchberg–Rørdam character criterion 〔ms:1〕
- **300** The Popa–Vaes quadratic strong-operator paving conjecture 〔ms:2〕
- **301** Classification by trace cones after Razak–Jacelon stabilization 〔ms:1〕
- **302** The Phillips–Toms formula for minimal integer actions 〔ms:2〕
- **303** From ordinary to strong pure infiniteness 〔ms:1〕

Topology

- **304** The Hilbert–Smith conjecture in every dimension 〔ms:1〕
- **305** Counterexamples to disk embedding and Wall's manifold conjecture 〔ms:3〕
- **306** The purely cosmetic surgery conjecture for knots in $S3$ 〔ms:1〕
- **307** Failure of rational injectivity for maximal coarse assembly 〔ms:2〕
- **308** Smith–Toda complexes at every height with varying primes 〔ms:≥1，链接估算遗漏〕
- **309** The Kervaire invariant problem at the prime three 〔ms:≥1，链接估算遗漏〕

- **310** Quillen’s conjecture in rational homology 〔ms:1〕
- **311** Chai’s invariant-ideal conjecture 〔ms:1〕
- **312** The Grothendieck homotopy hypothesis 〔ms:1〕
- **313** Finite generation for the $K(n)$-local sphere 〔ms:1〕
- **314** The chromatic Smith fixed-point problem for finite p-groups 〔ms:1〕
- **315** The four-dimensional Singer conjecture 〔ms:1〕
- **316** Curtis’s conjecture 〔ms:1〕
- **317** Thomason model structures in every strict higher dimension 〔ms:1〕
- **318** Chromatic splitting: counterexamples and filtrations 〔ms:6〕
- **319** Counterexamples to the Hahn–Wilson conjecture at height two 〔ms:1〕
- **320** A four-dimensional counterexample to Borel rigidity 〔ms:1〕
- **321** A counterexample to Wall’s finite D(2) conjecture 〔ms:1〕

Functional analysis

- **322** Tingley’s sphere-isometry problem 〔ms:2〕
- **323** Relative independence of the separable quotient problem 〔ms:1〕
- **324** Lipschitz equivalence without linear isomorphism 〔ms:2〕
- **325** The complete Crouzeix conjecture 〔ms:2〕
- **326** The cotype–cotype conjecture under the approximation property 〔ms:1〕
- **327** Markov type characterizes superreflexivity 〔ms:1〕
- **328** Fixed points of nonexpansive maps in reflexive Banach spaces 〔ms:1〕
- **329** A counterexample to Pietsch’s metric-entropy duality conjecture 〔ms:1〕
- **330** A negative answer to Kalton’s Lipschitz-free approximation question 〔ms:1〕
- **331** Asymptotic midpoint uniform convexity without asymptotically uniformly convex renorm- ing 〔ms:8〕
- **332** Metric Markov cotype two for $\ell 1$ 〔ms:1〕

Differential geometry

- **333** Smooth isometric immersions of surfaces into $\mathbb{R}4$ 〔ms:1〕
- **334** A smooth surface metric with no local immersion in $\mathbb{R}3$ 〔ms:1〕
- **335** Gromov’s integral scalar-curvature inequality 〔ms:2〕

- **336** Spectral scalar curvature and codimension-two width 〔ms:4〕
- **337** Cartan–Hadamard isoperimetry and CAT(0) fillings 〔ms:2〕
- **338** Yau’s uniformization conjecture 〔ms:1〕
- **339** Katok’s entropy rigidity conjecture 〔ms:1〕
- **340** A counterexample to the nearby Lagrangian conjecture 〔ms:1〕
- **341** Donaldson’s hypersymplectic deformation conjecture 〔ms:1〕
- **342** Donaldson’s tamed-to-compatible conjecture 〔ms:1〕
- **343** Sharp symplectic ball-packing criteria in higher dimensions 〔ms:1〕
- **344** The metric Blaschke conjecture 〔ms:1〕
- **345** Infinitely many closed geodesics on spheres and three-manifolds 〔ms:1〕
- **346** Sharp singular-set bounds for stationary integral varifolds 〔ms:3〕
- **347** Counterexamples to strong forms of Arnold’s fixed-point conjecture 〔ms:7〕
- **348** Nonnegatively curved Einstein four-manifolds and a topological gap 〔ms:4〕
- **349** The Solomon–Yau least-volume conjecture 〔ms:1〕
- **350** Yau’s nodal conjecture: surfaces and counterexamples 〔ms:3〕
- **351** Scalar curvature detects four-dimensional Ricci-flow singularities 〔ms:3〕
- **352** Finite-time singularity of Calabi flow 〔ms:1〕
- **353** The sharp dimension threshold for affine Bernstein rigidity 〔ms:3〕
- **354** Isoperimetric regions in the cubic three-torus 〔ms:1〕
- **355** Unique tangent flows at the first surface singularity 〔ms:1〕
- **356** Gigli’s characterization of Alexandrov curvature 〔ms:2〕
- **357** Bi-Lipschitz coordinates at every regular RCD point 〔ms:1〕
- **358** A three-manifold with no conjugate points and no nonpositively curved metric 〔ms:1〕
- **359** Negative Kähler curvature without bounded holomorphic coordinates 〔ms:2〕
- **360** Villani’s convexity conjecture and regular optimal transport 〔ms:2〕
- **361** Counterexamples to Yau’s harmonic dimension bound 〔ms:2〕

Partial differential equations

- **362** Global smoothness for relativistic Vlasov–Maxwell 〔ms:1〕
- **363** Boltzmann nonuniqueness with exact local conservation 〔ms:3〕

- **364** Kinetic limits and fluctuations over the Boltzmann lifespan 〔ms:2〕
- **365** Joint metric and connection recovery from one boundary patch 〔ms:4〕
- **366** The planar Mumford–Shah regularity conjecture 〔ms:1〕
- **367** The critical dimension for the one-phase Bernoulli problem 〔ms:1〕
- **368** The three-dimensional Ball–Evans approximation problem 〔ms:2〕
- **369** The hot spots conjecture for simply connected planar domains 〔ms:1〕
- **370** The subcritical Lane–Emden and Hénon–Lane–Emden conjectures 〔ms:1〕
- **371** Stable blowup for a defocusing Schrödinger equation 〔ms:1〕
- **372** Global uniqueness in smooth isotropic elasticity 〔ms:1〕
- **373** Nonattainment in three-marginal Coulomb transport 〔ms:1〕
- **374** Sharp one-third stability of optimal transport maps 〔ms:1〕
- **375** De Giorgi’s conjecture in dimension eight 〔ms:1〕
- **376** Universal computation in forced Navier–Stokes flows 〔ms:11〕
- **377** Interior $C1,\alpha$regularity for infinity-harmonic functions 〔ms:1〕

附录 B：方法与数据说明

1. **文本提取**：用 PyMuPDF 从 overview.pdf 逐页提取文本（41 页，187,368 字符），并解析 PDF 注释层的超链接。
2. **条目解析**：按“\d{3}. ”行首编号切分，得 372 个条目；编号范围 001–377，缺 045、061、070、123、163 五个号（目录自身缺号，非解析丢失）。17 个分支标题按出现顺序归属，无孤立条目。
3. **统计口径**：

- “标题含 conjecture” 130 条、“含 problem/question” 21 条，为标题字符串匹配（大小写不敏感）；
- “反例/否定型” 64 条 = 标题含 counterexample / negative answer / fails / failure / nonuniqueness / does not / cannot / nonattainment 等；
- “宣称解决” 144 条 = 摘要含 resolving / settles / disproving 等；“条件性” 15 条 = 摘要含 assuming / hypotheses；
- 以上类别互相重叠，不可相加。

4. **手稿计数**：官方口径 722 篇。本报告的手稿数为链接归属估算：全文件 826 个链

接注释、742 个唯一目标（含 17 个内部目录链接与 GitHub 链接），按 y 坐标归属到条目得 808 个，偏高约 5–12%（个别手稿在多页重复出现链接）。仅用于观察“哪些成果族手稿多”的分布，不作为精确计数。

5. **分级依据**：S/A/B 分级由人工判断，依据为：① 猜想的历史地位与悬案年数；② 在所属领域的教科书影响面；③ 摘要给出的精确范围（越接近“全解”越高级）；④ 是否推翻长期信念。分级不含对正确性的评价。
6. **立场声明**：本报告只分析“文件声称了什么”及其影响，不证明任何数学结论。所有“证明了/解决了”的表述均为对文件声称的转述。

—— 报告完 ——